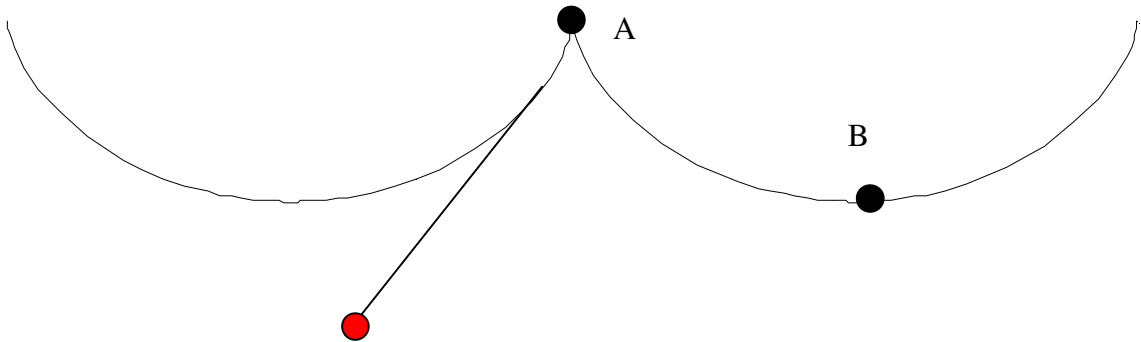


Seria 1

Zadanie 1. Jaki powinien być kształt „zjeżdżalni”, by czas przejazdu między ustalonymi punktami A i B był najkrótszy z możliwych, przy założeniu jednak, że ruch w punkcie wyższym A zaczyna się z prędkością początkową v_0 ?

Zadanie 2



Na rysunku ukazano dwie pętle cykloidy i wykonane w ich kształcie ograniczniki dla nici wahadła zawieszonego w punkcie A. Długość nici jest równa dokładnie długości łuku AB. Wyznacz kształt toru, po jakim porusza się punkt materialny.

Zadanie 3 Udowodnij, że geodezyjną na sferze jest łuk koła wielkiego.

Zadanie 4 W zagadnieniu wariacyjnym $0 = \delta \int L(x_1(t), x_2(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t)) dt$ zamień całkowanie po czasie, na całkowanie po x_1 . Działanie w nowym kształcie będzie niezależne od jednej z (nowych) zmiennych zależnych. Oblicz wynikającą z tego całkę pierwszą. Co otrzymałeś?

Zadanie 5 Linkę stalową o module Younga $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, gęstości 7 g/cm^3 , przekroju 1 mm^2 i długości 100 m rozwieszono pomiędzy punktami znajdującymi się na tej samej wysokości w odległości **dokładnie** 100 m .

Oblicz „zwis” linki w środku oraz siłę z jaką każdy z jej końców oddziałuje z punktem zamocowania.

Przyjmując współczynnik rozszerzalności termicznej $10^{-5}/\text{K}$ oblicz nowe wartości napięcia i obniżenia środka względem poziomu zawieszenia dla temperatur $+30^{\circ}\text{C}$ i -30°C .

Wskazówka: W równaniu przestępnym wyznaczającym stałą całkowania zastąp funkcję $\text{arsinh}(x)$ dwoma pierwszymi członami rozwinięcia $\frac{x}{6} - \frac{3x^3}{40}$. Po znalezieniu rozwiązania sprawdź, że kolejny wyraz w piątej potędze jest znikomy w porównaniu z uwzględnionym wyrazem w potędze trzeciej.

Uwaga: Gdy temperatura jest różna od zera (a więc długość spoczynkowa linki jest **nieco** różna od odległości między punktami zawieszenia) uzyskiwane równanie jest stopnia 3, ale z kolejnym małym parametrem, więc jego przybliżone rozwiązanie nie powinno nastęrczać trudności.